

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

PROFESSORES :

Carlos Eduardo (Cadu)
 André Felipe
 Bruno Pedra
 Anderson Izidoro
 Alex Ricardo
 Rafael Sabino
 Noronha
 Jean Pierre

QUESTÃO 01 (E)

Temos da solução do sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{5}{16} \end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{2}{xy} = \frac{9}{16} - \frac{5}{16}$$

$$xy = 8$$

Reescrevendo o sistema,

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{3}{4}$$

ou seja,

$$p = 3x + y$$

$$p = 3 \cdot 2 + 4 = 10$$

$$x + y = 6 \text{ e } xy = 8$$

$$x = 2 \text{ e } y = 4$$

Na expansão binomial, o termo de ordem $p + 1$ é dado por:

$$T_{p+1} = T_{10+1} = T_{11} = \binom{15}{10} \left(\frac{x^2 z}{\sqrt[5]{143}}\right)^{15-10} \cdot (-y^2)^{10}$$

$$T_{11} = \frac{15!}{10!5!} \left(\frac{x^{10} z^5}{143}\right) \cdot (y^{20})$$

$$T_{11} = 21x^{10} z^5 y^{20}$$

QUESTÃO 02 (D)

(i) Seja P o ponto de tangência da reta na curva C :

$$f(x) = x^{\cos x}$$

$$f(\pi) = \pi^{\cos \pi} = \pi^{-1} \Rightarrow P(\pi, \pi^{-1})$$

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

(ii) Derivada da função f e coeficiente angular da reta:

$$f'(x) = x^{\cos(x)-1} \cdot (\cos x - x \log^x \cdot \text{sen} x)$$

$$m = f'(\pi) = \pi^{\cos(\pi)-1} \cdot (\cos \pi - \pi \log^\pi \cdot \text{sen} \pi)$$

$$m = \pi^{-2} \cdot (-1) = -\frac{1}{\pi^2}$$

(iii) Equação da reta tangente:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - \frac{1}{\pi} = -\frac{1}{\pi^2}(x - \pi)$$

$$y = \frac{-x}{\pi^2} + \frac{2}{\pi}$$

(iv) Reconhecimento da circunferência:

$$x^2 + y^2 - 2\pi x = 0$$

$$(x - \pi)^2 + y^2 = \pi^2$$

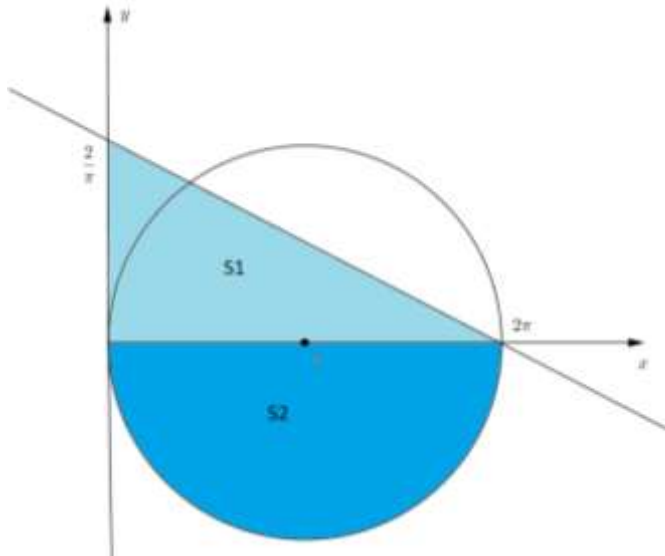
$$c(\pi, 0) \text{ e } r = \pi$$

(v) Cálculo da área:

$$S = S_1 + S_2$$

$$S = \frac{\frac{2}{\pi} \cdot 2\pi}{2} + \frac{\pi \cdot \pi^2}{2}$$

$$S = \frac{\pi^2}{2} \left(\pi + \frac{4}{\pi^2} \right)$$



QUESTÃO 03 (D)

Sejam A e B os pontos de intersecção entre $y = |x|$ e $y = \frac{3\sqrt{2} + 2x}{4}$.

$$\begin{cases} y = \frac{3\sqrt{2} + 2x}{4} \\ y = |x| \end{cases} \Rightarrow \frac{3\sqrt{2} + 2x}{4} = |x| \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2} + 2x}{4} = \pm x$$

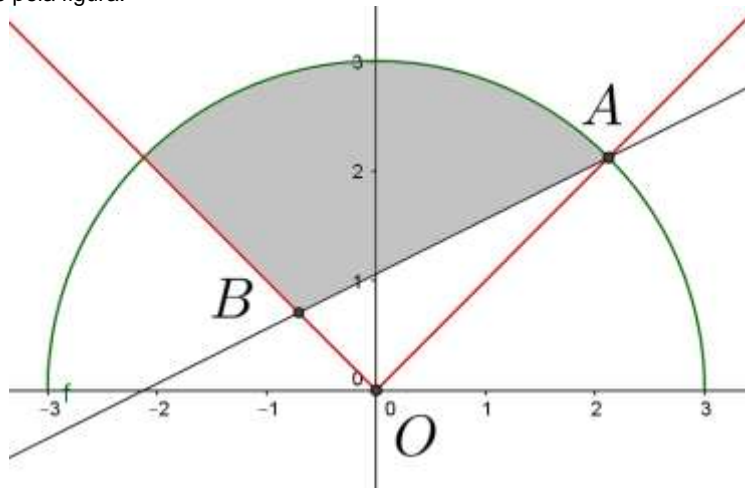
GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

Logo $A = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ e $B = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Note que o ponto A é tal que $\frac{3\sqrt{2}}{2} = \sqrt{9 - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}$, de onde este ponto

pertence ao gráfico de $y = \sqrt{9 - x^2}$.

Logo gráfico fica representado pela figura:



Temos que $AO = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - 0\right)^2} = 3$ e $BO = \sqrt{\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 0\right)^2} = 1$.

Como o ângulo entre as semiretas componentes da função $y = |x|$ é 90° , temos que $S_{AOB} = \frac{1 \cdot 3}{2} = \frac{3}{2}$.

Finalmente, a área desejada é a área do setor circular menos a área do triângulo.

$$S = S_{\text{setor}} - S_{AOB} = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{4}(3\pi - 2)$$

QUESTÃO 04 (C)

Sabemos que:

$$S_i = 2\pi R(R + h) = A$$

$$V = \pi R^2 h$$

Então, da expressão da área total encontramos h em função de R .

$$h = \frac{A}{2\pi R} - R$$

Substituindo h na fórmula do volume, temos:

$$V = \pi R^2 \left(\frac{A}{2\pi R} - R \right)$$

$$V = \frac{A \cdot R}{2} - \pi R^3$$

Ou seja, encontramos uma expressão de V em função de R . Nesse sentido, a derivada da função nos permitirá encontrar o ponto crítico de máximo da função.

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

$$V' = \frac{A}{2} - 3\pi R^2$$

$$V' = 0$$

$$\frac{A}{2} - 3\pi R^2 = 0$$

$$R = \sqrt{\frac{A}{6\pi}}$$

Substituindo, obtemos h e m .

$$h = \frac{A}{2\pi R} - R = \frac{A - 2\pi R^2}{2\pi R} = \frac{A}{3\pi} \sqrt{\frac{6\pi}{A}}$$

$$m = V_{\max} = \pi R^2 \cdot h = \pi \left(\sqrt{\frac{A}{6\pi}} \right)^2 \cdot \frac{A}{3\pi} \sqrt{\frac{6\pi}{A}} = \frac{A^2}{18\pi} \sqrt{\frac{6\pi}{A}}$$

Portanto, a imagem da função $f(x)$ em m é

$$f(x) = (2\pi x^2)^{\frac{1}{3}} + 1$$

$$f(m) = \left[2\pi \left(\frac{A^2}{18\pi} \sqrt{\frac{6\pi}{A}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} + 1 = \left(\frac{A^3}{27} \right)^{\frac{1}{3}} + 1 = \frac{A}{3} + 1 = \frac{1}{3}(A+3)$$

QUESTÃO 05 (A)

$$\int \frac{3e^{2x}}{e^{6x} + 2e^{2x} + 1} dx = \int \frac{3e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2} dx, \text{ fazendo por substituição } u = e^{2x} + 1 \text{ então } du = 2e^{2x} dx$$

$$\text{Temos } \int \frac{du}{u^2} = \frac{-1}{u} + c, \text{ logo } \int \frac{3e^{2x}}{e^{6x} + 2e^{2x} + 1} dx = \frac{-1}{e^{2x} + 1} + c = -(e^{2x} + 1)^{-1} + c$$

QUESTÃO 06 (A)

$$\text{Usando que, } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$$

$$\text{Seja } K = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 3x + 7} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8x - 3}{x^2 - 3x + 7} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{8x - 3}{x^2 - 3x + 7} \right)^{\frac{x^2 - 3x + 7}{8x - 3}} \right)^{\frac{8x - 3}{x^2 - 3x + 7} \cdot x} = \lim_{x \rightarrow \infty} (e)^{\frac{8x - 3}{x^2 - 3x + 7} \cdot x}$$

Olhando só para o expoente do e , temos:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 7} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{8x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} + \frac{7}{x^2}} = 8.$$

$$\text{Logo, } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 3x + 7} \right)^x = e^8.$$

$$\ln(2k) + \log 5 = \ln(2e^8) + \log \frac{10}{2} = \ln 2 + 8 \ln e + \log 10 - \log 2 = \ln 2 + 8 + 1 - \frac{\ln 2}{\ln 10} = \left(1 - \frac{1}{\ln 10} \right) \ln 2 + 9.$$

QUESTÃO 07 (A)

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

$$(\pi_2) x + 3y + 5z - 4 = 0$$

$$(\pi_3) x - y - 2z + 17 = 0$$

$$z = 4x + 77, y = -7x - 77$$

$$\text{Se } r \in (\pi_1 \cap \pi_2) \Leftrightarrow r = (t, -77 - 7t, 47 + 4t)$$

$$(\pi_1) \text{ paralelo ao eixo } x \Leftrightarrow ax + cz + d = 0$$

$$(a, 0, c) \cdot (1, -7, 4) = 0 \Leftrightarrow a = -4c$$

Cálculo do ângulo entre π_1 e π_4

$$\cos \alpha = \frac{(-2, 3, 1) \cdot (-4, 0, 1)}{\sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 1^2} \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{9}{\sqrt{238}}$$

QUESTÃO 08 (E)

f é contínua em $a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow L} f(x) = f(L)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x \sqrt{1 + \cos x}}{\operatorname{sen} 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \sqrt{1 + \cos x}}{2 \operatorname{sen} x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{2 \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \cos 0}}{2 \cos^2 0} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos a = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \frac{\pi}{4}$$

QUESTÃO 09 (C)

I) (F)

$$f'(x) = \frac{x(\ln x)' - x'(\ln x)}{x^2} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{x \cdot \frac{1}{x} - 1 \cdot (\ln x)}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \ln x = 0 \Leftrightarrow x = e$$

$$f''(x) = \frac{x^2(1 - \ln x)' - (x^2)'(1 - \ln x)}{x^4} \Leftrightarrow f''(x) = \frac{x^2 \left(\frac{-1}{x}\right) - 2x(1 - \ln x)}{x^4}$$

$$f''(x) = \frac{-x - 2x + 2x \ln x}{x^4} \Leftrightarrow f''(x) = \frac{-3x + 2x \ln x}{x^4}$$

$$f''(e) = \frac{-3e + 2e \ln e}{e^4} = \frac{-1}{e^3} < 0$$

Logo $x=e$ é um ponto de máximo.

II. (V)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2}} = \frac{x}{|x|} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2}} = \frac{x}{-x} = -1$$

III. (F)

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

$$f(x) = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} + \dots + \frac{1}{2016x} \right) dx$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2016} \right) \int \frac{1}{x} dx$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2016} \right) \ln|x| + C$$

$$f(1) = c$$

Falso, basta tomar c negativo.

IV. (V)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 1$$

QUESTÃO 10 (D)

Gabarito

$q = (\cos 5^\circ)(\cos 20^\circ)(\cos 40^\circ)(\cos 85^\circ)$, utilizando que, $\cos(a)\cos(b) = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$, temos:

$$\cos 5^\circ \cos 85^\circ = \frac{\cos 90^\circ + \cos 80^\circ}{2} = \frac{\cos 80^\circ}{2}$$

$$\cos 20^\circ \cos 40^\circ = \frac{\cos 60^\circ + \cos 20^\circ}{2} = \frac{1 + \cos 20^\circ}{2}, \text{ assim:}$$

$$q = \frac{\cos 80^\circ}{2} \left(\frac{1 + \cos 20^\circ}{2} \right)^2 = \frac{\cos 80^\circ}{8} + \frac{\cos 80^\circ \cos^2 20^\circ}{4} = \frac{\cos 80^\circ}{8} + \frac{\cos 100^\circ + \cos 60^\circ}{8}$$

$$= \frac{\cos 80^\circ + \cos 100^\circ}{8} + \frac{1}{16}, \text{ usando agora que } \cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right),$$

$$q = \frac{2 \cos 90^\circ \cos 10^\circ}{8} + \frac{1}{16}, \text{ logo temos } q = \frac{1}{16}.$$

Usando a soma da P.G infinita, onde $a_1 = \frac{1}{4}$ e razão $q = \frac{1}{16}$, temos:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{16}} = \frac{4}{15}.$$

QUESTÃO 11 (B)

Da solução do determinante, obtemos:

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

$$\begin{vmatrix} \operatorname{sen}^2 x & 1 & \sec^2 x \\ 1 & \cos^2 x & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{31}{16}$$

$$\operatorname{sen}^2 x \cdot \cos^2 x - \sec^2 x \cdot \cos^2 x - 1 = -\frac{31}{16}$$

$$\cos^2 x (\operatorname{sen}^2 x - \sec^2 x) = 1 - \frac{31}{16}$$

$$\cos^2 x \left(\frac{\operatorname{sen}^2 x \cdot \cos^2 x - 1}{\cos^2 x} \right) = -\frac{15}{16}$$

$$\operatorname{sen}^2 x \cdot \cos^2 x - 1 = -\frac{15}{16}$$

$$\operatorname{sen}^2 x \cdot \cos^2 x = \frac{1}{16}$$

$$4\operatorname{sen}^2 x \cdot \cos^2 x = \frac{4}{16}$$

$$\operatorname{sen}^2(2x) = \frac{1}{4}$$

$$\operatorname{sen}(2x) = \pm \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi$$

$$2x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$$

$$2x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$$

$$2x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{11\pi}{12} + k\pi$$

Como $x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$, temos as possíveis soluções:

$$(i) x = \frac{\pi}{12}$$

$$V = \frac{\pi}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6l^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{\pi}{18}}$$

$$(ii) x = \frac{5\pi}{12}$$

$$V = \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6l^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{5\pi}{18}}$$

O gabarito encontrado nas opções está na letra (B).

OBS: a questão deverá ser anulada, pois o enunciado sugere apenas uma solução no 1º quadrante, o que não ocorre conforme a solução acima.

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

5 bolas brancas, 2 bolas pretas e 3 bolas verdes.

BBB+VVV

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{66}{720} \approx 9,17\%$$

QUESTÃO 13 (A)

$$\int \frac{x^2 - 4x^2 + 6x^2 - 4x^2 + 1}{(x^2 - 1)(x^2 - 3x^2 + 3x^2 - 1)} dx = \int \frac{(x^2 - 1)^2}{(x^2 - 1)(x^2 - 1)^2} dx = \int \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)(x^2 - 1)} dx = \int \frac{1}{x^2 + 1} dx, \text{ assim, sabemos que } \int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \arctg x + c.$$

QUESTÃO 14 (B)

$$f(x) = xe^{2x}$$

$$f'(x) = 1 \cdot e^{2x} + x \cdot (2e^{2x}) = e^{2x}(2x + 1)$$

$$f''(x) = e^{2x} \cdot 2 + (2x + 1)(2e^{2x}) = e^{2x}(4x + 4)$$

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow (4x + 4) > 0 \Leftrightarrow x > -1$$

QUESTÃO 15 (E)

Fazendo $z = x + yi$ obtemos:

$$|x + yi - 1| = 2|x + yi + 1|$$

$$|x - 1 + yi|^2 = 4|x + 1 + yi|^2$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = 4[(x + 1)^2 + y^2]$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 = 4(x^2 + 2x + 1 + y^2)$$

$$3x^2 + 10x + 3 + 3y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{10}{3}x + 1 + y^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{16}{9}$$

Circunferência de Centro $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ e Raio $= \frac{4}{3}$

$$P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$$

$$P(x) = x^2(x - 1) - 4(x - 1)$$

$$P(x) = (x - 1)(x^2 - 4) = (x + 2)(x - 1)(x - 2)$$

$$r_1 = 1 \Rightarrow f_1(1) = \log(4 \cdot 1^2 - k \cdot 1 + 1) = \log(5 - k) = 0$$

QUESTÃO 16 (B) $5 - k = 1 \Leftrightarrow k = 4$

$$f_2(-2) = (-2)^2 - 7 \arcsen(w(-2)^2 - 8) = 4 \Leftrightarrow \arcsen(w(-2)^2 - 8) = 0 \Leftrightarrow 4w - 8 = 0 \Leftrightarrow w = 2$$

$$f_2(2) = (2)^2 - 7 \arcsen(w(2)^2 - 8) = 4 \Leftrightarrow \arcsen(w(2)^2 - 8) = 0 \Leftrightarrow 4w - 8 = 0 \Leftrightarrow w = 2$$

$$w + k = 2 + 4 = 6 \text{ e } w - k = 2 - 4 = -2$$

$$\text{Equação: } (x - 6)(x + 2) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

QUESTÃO 17 (B)

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

A: Acertar o alvo.

E: Errar o alvo.

$$P(A)=80\% \quad P(E)=100\%-80\%=20\%$$

$$P(\text{Acertar 4 vezes e errar 2 vezes}) = \frac{6!}{4!2!} (80\%)^4 (20\%)^2 = 24,576\%$$

OBS: Sendo rigoroso não existe opção correta pois o enunciado não pede o valor aproximado.

QUESTÃO 18

GABARITO (ANULADA)

$$\|\vec{u}\| = 3 \quad e \quad \|\vec{v}\| = 4$$

(i) Módulo \vec{u} e \vec{v} de mesma direção e sentido :

$$\|\vec{u} + \vec{v}\| = 3 + 4 = 7$$

(ii) Módulo \vec{u} e \vec{v} de mesma direção e sentido oposto :

$$\|\vec{u} + \vec{v}\| = 4 - 3 = 1$$

$$A = [1, 7]$$

$$y = \ln^{(x^2+x-12)}$$

(ii) $x^2 + x - 12 > 0$

$$B = (-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$$

$$y = \arctg\left(\frac{\pi x}{2} - \pi\right)$$

(iii) $C = \text{Im}(y) = \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$

Temos,

$$A - B = [1, 3]$$

$$(A - B) \cap C = \left[1, \frac{\pi}{2} \right[$$

OBS: a questão deverá ser anulada, pois não há nas opções o gabarito $\left[1, \frac{\pi}{2} \right[$.

QUESTÃO 19 (E)

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 4$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 3$$

$$6x^2 - 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$f''(x) = 12x - 6$$

$$f''\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) = 6\sqrt{3} \text{ (Mínimo)}$$

$$f''\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) = -6\sqrt{3} \text{ (Máximo)}$$

$$f\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) + 4 = \frac{4+3\sqrt{3}}{2}$$

QUESTÃO 20 (A)

Utilizando lei dos senos, onde $\frac{A}{\text{sen}\theta} = 2R$,

$$\frac{2\sqrt{3}}{\text{sen}15^\circ} = 2R, \text{ onde, } \text{sen}15^\circ = \text{sen}(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$R = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}, \text{ racionalizando teremos } R = \sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2}).$$

A apótema do triângulo equilátero inscrito é igual a $\frac{R}{2}$, e apótema do hexágono regular inscrito é igual a $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

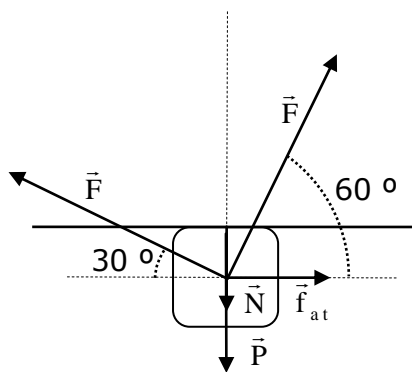
O produto das apótemas será: $\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$, substituindo R temos:

$$\frac{(\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2}))^2\sqrt{3}}{4} = 6 + 3\sqrt{3} = 3(\sqrt{3} + 2).$$

21.

Opção: E

1ª solução :



equilíbrio em y : $F \text{ sen } 30^\circ + F \text{ sen } 60^\circ = P + N$ ou

$$N \cong 80 \times (0,5 + 0,867) - 7 \times 10 \cong 39 ; \text{ em } x : \text{ como}$$

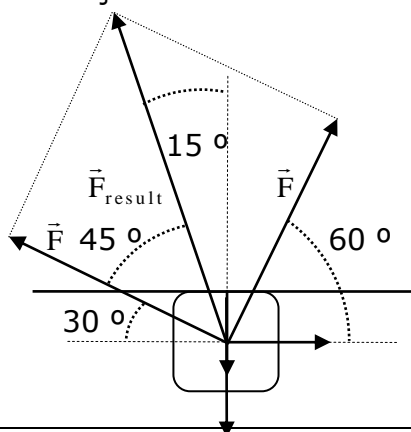
$F \text{ cos } 30^\circ > F \text{ cos } 60^\circ$ a f_{at} será cinética e para a

direita ficando $m a_x = F \text{ cos } 30^\circ - F \text{ cos } 60^\circ - f_{at}$;

para $f_{at} \cong 0,4 \times 39 \cong 15,6$ e, substituindo pelos valores $7 a_x \cong 80 \times (0,867 + 0,5) - 15,6 \therefore a_x \cong 1,95 \text{ m/s}^2$

para a esquerda .

2ª solução :



lembrando que $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \text{sen } a \text{ sen } b$ vem $\cos 75^\circ = \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \text{sen } 30^\circ \text{ sen } 45^\circ$

donde $\cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \cong 0,259$; além disso temos

$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 \therefore \cos 30^\circ = 2 \cos^2 15^\circ - 1$ que nos dá $\cos 15^\circ \cong 0,966$; fazendo $F_{result} = F \sqrt{2}$

$\Rightarrow F_{result} = 80\sqrt{2}$; em y : $F_{result} \cos 15^\circ = P + N$

donde $N \cong 80 \times 1,41 \times 0,966 - 7 \times 10 \cong 39$ e, para $f_{at} = \mu N$ teremos $f_{at} \cong 0,4 \times 39 \cong 15,6$; em x :

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

$$\vec{N} \quad \vec{f}_{at} \quad m a_x = F_{result} \cos 75^\circ - f_{at} \quad \text{e, substituindo pelos}$$

$$\vec{P} \quad \text{valores } 7 a_x \cong 80 \times 1,41 \times 0,259 - 15,6 \quad \text{donde}$$

$$a_x \cong 1,95 \quad \text{para a esquerda .}$$

22.

Opção: D

Inicialmente : $\mu_1 V_1 g \times 3 = \mu_2 V_2 g \times 4 \Rightarrow \mu_2 = \frac{3 \times 1,6}{4} = 1,2$; mergulhando no líquido $P_1 x + E \times 4 = P_2 \times 4 + E x \Rightarrow x V_1 g (\mu_1 - \mu_{liq}) = 4 V_2 g (\mu_2 - \mu_{liq})$
 $\Rightarrow x = \frac{4 \times (1,2 - 1,1)}{1,6 - 1,1} = 0,8 \text{ cm .}$

23.

Opção: A

Fazendo $\frac{n_{diam}}{n_{ar}} = \frac{c}{v_{diam}} = \frac{\lambda_{ar} \times f}{\lambda_{diam} \times f}$ vem $\lambda_{diam} = \frac{\lambda_{ar}}{n_{diam}} = \frac{5890}{2,4} = 2454 \text{ \AA}$; como a frequência é constante, para $f_{ar} = \frac{c}{\lambda_{ar}} = \frac{3 \times 10^8}{0,589 \times 10^{-6}}$ donde $f_{diam} = 5,1 \times 10^{11} \text{ kHz .}$

24.

Opção: C

Analisando para o obstáculo parado : como a fonte se aproxima do anteparo $f_{ant} > 1200$ e como, após reflexão o observador se aproxima da fonte $f_{obs} > f_{ant}$.

25.

Opção: A

Calculando o instante em que B atinge a velocidade de A : $8 = 45 - 1,5 t \Rightarrow t = \frac{74}{3} \therefore$

$$S_{B \frac{74}{3}} = 45 \times \frac{74}{3} - \frac{1,5 \times \left(\frac{74}{3}\right)^2}{2} \cong 653 \quad \text{e} \quad S_{A \frac{74}{3}} = 8 \times \frac{74}{3} \cong 697 \quad \text{ou seja, B nunca alcança A ;}$$

para A reta oblíqua não passando pela origem com coeficiente angular positivo e, para B parábola passando pela origem de concavidade para baixo .

26.

Opção: B

$$P_{sub} = E_1 = 1454 \times 10^3 \times 10 \quad \text{e} \quad P_{lastro} + P_{sub} = E_2 = 1586 \times 10^3 \times 10 \quad \therefore$$

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

$$\mu_{\text{lastro}} V_{\text{lastro}} g = E_2 - P_{\text{sub}} \Rightarrow 1,03 \times 10^3 V_{\text{lastro}} \times 10 = (1586 - 1454) \times 10^4$$

$$V_{\text{lastro}} = \frac{132}{1,03} \cong 128,15 \text{ m}^3.$$

27.

Opção: D

$|\vec{P}|$ independe de $\theta \Rightarrow$ reta paralela ao eixo x ; força do fio = $|\vec{T}| \sin \theta$ e como, no 1º quadrante, $\sin \theta$ cresce com o $\theta \Rightarrow$ curva ascendente passando pela origem tendendo a $|\vec{P}|$; força do plano = $|\vec{N}| \cos \theta$, inicialmente igual a $|\vec{P}|$ e como, no 1º quadrante, $\cos \theta$ decresce com o $\theta \Rightarrow$ curva descendente não passando pela origem e tendendo a 0.

28.

Opção: D

Analisando a equação de onda dada vem : $\omega = 30$ e $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2 \therefore \lambda = \pi$; fazendo

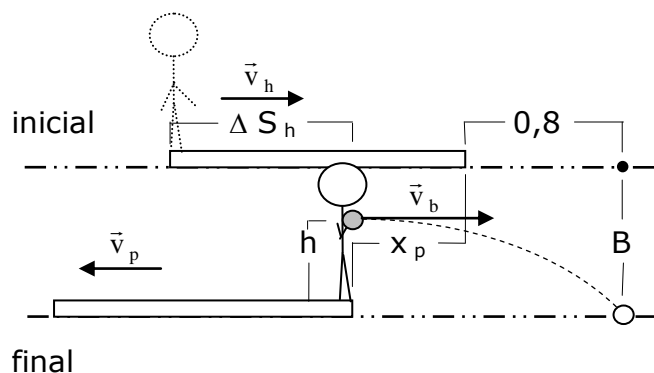
no bloco $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{2\pi}{30} = 2\pi \sqrt{\frac{0,7}{k}} \therefore k = 900 \times 0,7 = 630 \text{ N/m}$; aplicando

na corda $v = \lambda f = \sqrt{\frac{F}{\mu_\ell}} \Rightarrow F = \pi^2 \times \frac{900}{4\pi^2} \times 1,6 \times 10^{-4} = 36 \times 10^{-3}$ ou $F = 36 \text{ mN}$.

29.

Opção: C

Para o sistema homem/prancha : $\vec{Q}_{\text{antes}} = \vec{Q}_{\text{depois}}$



$\vec{0} = m_h \vec{v}_h + m_p \vec{v}_p$ e substituindo pelos

valores $(69 + 1) \times v_h = 350 \times v_p \Rightarrow$

$v_h = 5 v_p$; usando $\Delta S = v \Delta t$ para os

movimentos do homem e da prancha vem

$$\left. \begin{aligned} \Delta S_h = v_h \Delta t \Rightarrow \Delta S_h = 5 v_p \Delta t \\ \Delta S_p = v_p \Delta t \Rightarrow x_p = v_p \Delta t \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \Delta S_h + x_p = 6 v_p \Delta t = 6 \therefore \\ \Delta t = \frac{1}{v_p}; \text{ para } x_p = v_p \Delta t \end{aligned}$$

$\therefore x_p = 1$ e $\Delta S_b = 1 + 0,8 = 1,8$; fazendo $h = \frac{g t_q^2}{2}$ vem $t_q = \sqrt{\frac{2 \times 1,25}{10}}$ ou

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

$$t_q = 0,5 \quad \text{e sendo} \quad \Delta S_b = v_b t_q \Rightarrow v_b = \frac{1,8}{0,5} = 3,6 \quad \text{donde} \quad v_b = 360 \text{ cm/s}.$$

30.

Opção: E

Fazendo o momento das forças em relação ao apoio : $P_b \times (\ell - 1) + P_t \times \frac{\ell}{2} = T \times \ell$ e substituindo pelos valores $30 \times 5 + 50 \times 3 = T \times 6$ ou $T = \frac{150 + 150}{6} = 50$; na vertical $T + F_{\text{vertical artíc}} = P_b + P_t$ ou $F_{\text{vertical artíc}} = 30 + 50 - 50 = 30 \text{ N}$, para baixo .

31.

Opção: A

Calculando $R_{\text{base}} = \rho \frac{\ell}{S} = 10^{13} \times \frac{1 \times 10^{-2}}{0,5^2} = 4 \times 10^{11}$; para $V_{\text{max}} = R i_{\text{max}}$ teremos $V = 4 \times 10^{11} \times 0,5 \times 10^{-6} = 2 \times 10^5 = 200 \times 10^3$ donde $V = 200 \text{ kV}$.

32.

Opção: D

Usando $\Sigma \varepsilon = \Sigma R i \Rightarrow 10 + 10 = (2 + 2) i \therefore i = 5 \text{ A}$; $V_{\text{voltage}} = V_{\varepsilon_2} \Rightarrow V_{\text{voltage}} = \varepsilon_2 - r_2 i = 10 - 2 \times 5 = 0$.

33.

Opção: E

Fazendo $F_{\text{grav}_2} = F_{\text{grav}_{A \rightarrow 2}} + F_{\text{grav}_{B \rightarrow 2}} - F_{\text{grav}_{C \rightarrow 2}} = \frac{G M m}{2^2} + 0 - \frac{G \times 81 M m}{18^2} \Rightarrow$
 $F_{\text{grav}_2} = \frac{G M m}{4} - \frac{G M m}{4} = 0$.

34.

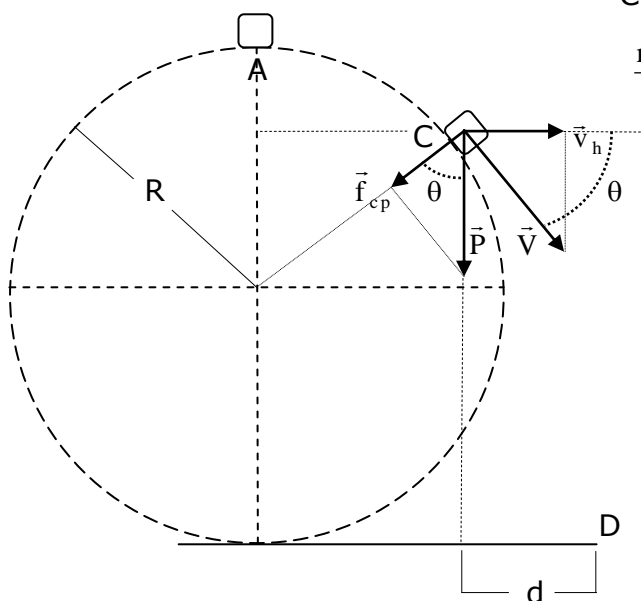
Opção: E

Para $q = i \Delta t$ vem $\Delta t = \frac{15}{30 \times 10^3} = 0,5 \times 10^{-3}$ donde $\Delta t = 0,5 \text{ mA}$.

35.

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017
Prova Amarela(2º Dia)

Opção: B



Como perde contacto em C : $f_{cpC} = P \cos \theta$ ou

$$\frac{m V^2}{R} = m g \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{V^2}{g R} ; \text{ fazendo}$$

$$E_{M_A} = E_{M_C} \text{ vem } E_{P_{g_A}} + 0 = 0 + E_{C_C} \Rightarrow$$

$$m g (R - R \cos \theta) = \frac{m V^2}{2} \text{ e simplificando}$$

$$g R - V^2 = \frac{V^2}{2} \Rightarrow 10 \times 135 = \frac{3 V^2}{2} \text{ ou}$$

$$V^2 = 900 \therefore V = 30 ; \text{ como } v_h = V \cos \theta$$

$$D \quad v_h = V \times \frac{V^2}{g R} = \frac{30^3}{10 \times 135} = 20 ; \text{ na horizontal}$$

$$102 = 20 \Delta t \text{ donde } \Delta t = 5,1 \text{ s.}$$

36.

Opção: A

Aplicando $x = A \cos \theta$ para as duas posições vem $\frac{A}{4} = A \cos \theta_1 \therefore \cos \theta_1 = \frac{1}{4}$ e

$\frac{3A}{4} = A \cos \theta_2 \therefore \cos \theta_2 = \frac{3}{4}$; sendo $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ teremos $\sin \theta_1 = \frac{\sqrt{15}}{4}$

e $\sin \theta_2 = \frac{\sqrt{7}}{4}$; aplicando a equação de velocidade do MHS $v = -\omega A \sin \theta$ teremos

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = -\omega A \sin \theta_1 \\ v_2 = -\omega A \sin \theta_2 \end{array} \right\} \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{7}} .$$

37.

Opção: B

Num gráfico $P \times V$ a transformação isotérmica é sempre representada por uma hipérbole equilátera .

38.

Opção: A

Fazendo $P_1 V_1 = n_1 R T_1 = n R \times (273 + 27)$ }

GABARITO COMENTADO EN 2016 - 2017

Prova Amarela(2º Dia)

$$\frac{3 \times 10^3}{P_2} = \frac{2 \times 300}{280} \Rightarrow P_2 = 1,4 \times 10^3$$

$$P_2 V_2 = n_2 R T_2 = \frac{n}{2} R \times (273 + 7) \quad \text{donde} \quad P_2 = 1,4 \text{ kPa .}$$

39.

Opção: C

Na indução elétrica o aterramento de C faz com que desapareça a carga elétrica de mesmo sinal que o da carga indutora ficando, portanto, a esfera C, com carga de sinal oposto ao da carga indutora ocasionando, sempre, atração entre elas .

40.

Opção: D

Aplicando o rendimento de Carnot $\eta = 1 - \frac{T_f}{T_q}$ à 1ª e 2ª situações podemos escrever

$$\left. \begin{array}{l} \frac{T_f}{T_q} = 0,6 \\ \frac{T'_f}{T_q} = 0,4 \end{array} \right\} \frac{3}{2} = \frac{T_f}{T'_f} ; \text{ para } x = \frac{T_f - T'_f}{T_f} = 1 - \frac{T'_f}{T_f} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ portanto}$$
$$x = 0,333 \dots \quad \text{donde} \quad x \cong 33 \% .$$

Obs : O valor do trabalho não é necessário .
