

**GABARITO ESCOLA NAVAL - 2017/2018**  
**PROVA AMARELA**  
**MATEMÁTICA / FÍSICA**

<b>01.</b>	D	<b>11.</b>	A	<b>21.</b>	E	<b>31.</b>	B
<b>02.</b>	E	<b>12.</b>	B	<b>22.</b>	D	<b>32.</b>	C*
<b>03.</b>	D	<b>13.</b>	A	<b>23.</b>	C	<b>33.</b>	B
<b>04.</b>	E	<b>14.</b>	B	<b>24.</b>	D	<b>34.</b>	C*
<b>05.</b>	D	<b>15.</b>	D	<b>25.</b>	B	<b>35.</b>	ANULADA
<b>06.</b>	A	<b>16.</b>	C	<b>26.</b>	E	<b>36.</b>	B
<b>07.</b>	A	<b>17.</b>	B	<b>27.</b>	E	<b>37.</b>	ANULADA
<b>08.</b>	C	<b>18.</b>	E	<b>28.</b>	A	<b>38.</b>	D
<b>09.</b>	A	<b>19.</b>	B	<b>29.</b>	D	<b>39.</b>	A
<b>10.</b>	E	<b>20.</b>	E	<b>30.</b>	A	<b>40.</b>	D

\* Questões passíveis de anulação.

<b>GABARITO COMENTADO – PROVA AMARELA</b>
-------------------------------------------

<b>PROVA DE MATEMÁTICA</b>
----------------------------

Professores:

Anderson Izidoro

Brito

Bruno Pedra

Carlos Eduardo (Cadu)

Êurope

Rafael Sabino

Thiago Esquian

### 01. Solução: Letra D.

Primeiro resolvemos o determinante,

$$k = \begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-b \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1+a \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1-b & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$k = - \begin{vmatrix} -a & 0 & -a \\ 0 & b & -a \\ b & b & b-a+ab \end{vmatrix} = ab \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -a \\ b & 1 & b-a+ab \end{vmatrix}$$

$$k = ab(b-a+ab-b+a) = a^2b^2 = 7$$

Precisamos encontrar o coeficiente de  $x^{k-1} = x^6$ , para isso reescreveremos a expressão

$$\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^3 \left(x^2 + \frac{1}{2x}\right)^3 = \frac{(2x^3+1)^6}{8x^9}$$

, ou seja, o coeficiente  $x^6$  vai ser dado pelo coeficiente de  $x^{15}$ , em  $(2x^3+1)^6$ .

$$T_{p+1} = T_{5+1} = \binom{6}{5} \cdot (2x^3)^5 \cdot 1^{6-5} = 192x^{15} \Rightarrow \frac{192x^{15}}{8x^9} = 24x^6$$

### 02. Solução: Letra E.

Dada uma elipse de equação  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , sua relação fundamental é a expressão  $a^2 = b^2 + c^2$ , ou seja,

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \Leftrightarrow a^2 e^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow b^2 = a^2 (1 - e^2)$$

Sejam os focos escritos em função de a e b e o ponto P em função de a, b e x, temos que

$$F_1 = (-\sqrt{a^2 - b^2}, 0), \quad F_2 = (\sqrt{a^2 - b^2}, 0) \quad e \quad P \left( x, \sqrt{b^2 - \frac{(bx)^2}{a^2}} \right)$$

O produto escalar é dado por

$$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = \left( x + \sqrt{a^2 - b^2}, \sqrt{b^2 - \frac{(bx)^2}{a^2}} \right) \cdot \left( x - \sqrt{a^2 - b^2}, \sqrt{b^2 - \frac{(bx)^2}{a^2}} \right)$$

$$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = x^2 - (a^2 - b^2) + b^2 - \frac{(bx)^2}{a^2}$$

$$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = x^2 - a^2 e^2 + a^2 (1 - e^2) \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right)$$

$$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = e^2 x^2 + a^2 (1 - 2e^2)$$

### 03. Solução: Letra D.

Primeiramente vamos calcular as derivadas de f(x):

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{x} \quad e \quad f''(x) = -\frac{1}{x^2}$$

Como g(x) é a inversa de f(x), temos que g(f(x)) = x. Derivando implicitamente esta equação temos

$$(I) \quad g'(f(x)) \cdot f'(x) = 1.$$

Derivando novamente chegamos a

$$(II) \quad g''(f(x)) \cdot f'(x) \cdot f'(x) + g'(f(x)) \cdot f''(x) = 0$$

Agora notemos que f(1) = 1, f'(1) = 2 e f''(1) = -1.

Fazendo x = 1 em (I) temos:

$$g'(f(1)) \cdot f'(1) = 1 \Rightarrow$$

$$g'(1) \cdot 2 = 1$$

$$g'(1) = \frac{1}{2}$$

Finalmente, fazendo  $x=1$  em

$$g''(f(1)) \cdot f'(1) \cdot f'(1) + g'(1) \cdot f''(1) = 0$$

$$g''(1) \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot (-1) = 0$$

$$g''(x) = \frac{1}{8}$$

#### 04. Solução: Letra E.

No polinômio  $P(x) = x^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g$ , sabemos que  $P(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}) = 0$ , ou seja,  $x = \sqrt{2} + \sqrt[3]{3}$  é raiz, então

$$x = \sqrt{2} + \sqrt[3]{3} \Rightarrow x - \sqrt{2} = \sqrt[3]{3}$$

$$(x - \sqrt{2})^3 = (\sqrt[3]{3})^3 \Rightarrow x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 6x - 2\sqrt{2} = 3$$

$$x^3 + 6x - 3 = 3\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{2} \Rightarrow (x^3 + 6x - 3)^2 = [\sqrt{2}(3x^2 + 2)]^2$$

$$x^6 + 36x^2 + 9 + 2(6x^4 - 3x^3 - 18x) = 2(9x^4 + 12x^2 + 4)$$

$$x^6 + 36x^2 + 9 + 12x^4 - 6x^3 - 36x = 18x^4 + 24x^2 + 8$$

$$x^6 - 6x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 36x + 1 = 0$$

$$P(x) = x^6 - 6x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 36x + 1$$

A divisão de  $P(x)$  por  $x^3 - 3x - 1$  determina o polinômio  $R(x)$ , logo

$$P(x) = (x^3 - 3x - 1) \cdot q(x) + (3x^2 - 54x - 4)$$

$$R(x) = 3x^2 - 54x - 4 \Rightarrow S = 3 - 54 - 4 = -55$$

#### 05. Solução: Letra D.

Vamos primeiro reescrever a função para visualizar o conjunto imagem

$$f(x) = 2\cos^2(x) + \sin(2x) - 1 = (2\cos^2(x) - 1) + \sin(2x) = \cos(2x) + \sin(2x)$$

Podemos fazer a substituição  $\cos(2x) = \sin(90^\circ - 2x)$ , ou seja,

$$f(x) = \operatorname{sen}(90^\circ - 2x) + \operatorname{sen}(2x) = 2\operatorname{sen}\left(\frac{(90^\circ - 2x) + (2x)}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{(90^\circ - 2x) - (2x)}{2}\right) = 2\operatorname{sen}(45^\circ) \cdot \cos(45^\circ - 2x)$$

$$f(x) = \sqrt{2} \cdot \cos(45^\circ - 2x)$$

A imagem de  $f(x)$  é  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ , portanto  $a = -\sqrt{2}$  e  $b = \sqrt{2}$ .

Para acharmos a equação do plano  $\pi$ , deve-se fazer o produto veorial entre  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  para encontrar o vetor normal ao plano.

$$\operatorname{Det} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = i - k \Rightarrow \vec{n} = i - k = (1, 0, -1)$$

A equação do plano  $\pi: x - z + d = 0$

O plano passa pelo ponto  $A(9, -1, 0)$ , portanto

$$9 - 0 + d = 0 \Leftrightarrow d = -9 \Rightarrow \pi: x - z - 9 = 0$$

A distância do plano ao ponto P é dado por:

$$P = \left(\frac{a}{b}, a, 1\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}, -\sqrt{2}, 1\right) = (-1, -\sqrt{2}, 1)$$

$$d_{\pi, P} = \frac{|ax_o + by_o + cz_o + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$d_{\pi, P} = \frac{|1 \cdot (-1) + 0 \cdot (-\sqrt{2}) - (1) - 9|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{11}{\sqrt{2}} = \frac{11\sqrt{2}}{2}$$

## 06. Solução: Letra A.

Vamos determinar a área da base pelo radical de Heron

$$p = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$$

$$S_{base} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84 \text{ cm}^2$$

Conseguimos determinar a altura da pirâmide pelo volume dado

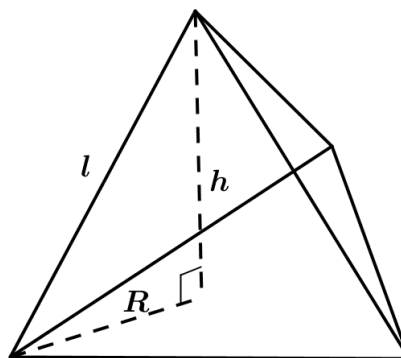
$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{base} \cdot h = 105\sqrt{22} \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot 84 \cdot h = 105\sqrt{22} \Leftrightarrow h = \frac{15\sqrt{22}}{4}$$

A projeção do vértice da pirâmide no plano da base se dá no ponto equidistante dos vértices do triângulo da base, ou seja, seu circuncentro. Logo vamos determinar, portanto, esse raio.

$$S_{base} = \frac{abc}{4R} = 84 \Rightarrow \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4R} = 84 \Rightarrow R = \frac{65}{8}$$

Conseguimos agora finalizar a questão encontrando  $l$  no triângulo retângulo abaixo

$$l^2 = \left(\frac{65}{8}\right)^2 + \left(\frac{15\sqrt{22}}{4}\right)^2 \Rightarrow l = \frac{155}{8}$$



### 07. Solução: Letra A.

(FALSA) Tomando  $P = (x_o, y_o)$  um ponto de interseção das curvas. Seja  $r$  a reta que contém  $P$  e é tangente à parábola e a reta  $s$  que contém  $P$  é tangente à elipse. Temos,

Coeficiente angular de  $r$  em  $P$ :

$$y = ax^2 \Rightarrow y' = 2ax \Rightarrow m_r = 2ax_o$$

Coeficiente angular de  $s$  em  $P$ :

$$x^2 + 2y^2 = 2 \Rightarrow 2x + 4y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = -\frac{x}{2y} \Rightarrow m_s = -\frac{x_o}{2y_o}$$

Como  $P$  é um ponto pertencente às duas funções, sabemos que

$$y = ax^2 \Rightarrow y_o = ax_o^2 \Rightarrow a = \frac{y_o}{x_o^2}$$

Para que as duas retas sejam perpendiculares entre si, temos

$$m_r \cdot m_s = 2ax_o \cdot \left(-\frac{x_o}{2y_o}\right) = 2 \cdot \left(\frac{y_o}{x_o^2}\right) \cdot x_o \cdot \left(-\frac{x_o}{2y_o}\right) = -1$$

, ou seja, as retas  $s$  e  $r$  são sempre paralelas.

(VERDADEIRA)

$$\sim((\exists x \in A)(p(x)) \Rightarrow (\forall x \in A)(\sim q(x))) \equiv \sim(\forall x \in A)(\sim q(x)) \wedge (\exists x \in A)(p(x))$$

$$\equiv (\exists x \in A)(q(x)) \wedge (\exists x \in A)(p(x))$$

(FALSA)

$$M = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + \operatorname{sen}(x)} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \operatorname{sen}(x)}{(1 + \operatorname{sen}(x))(1 - \operatorname{sen}(x))} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \operatorname{sen}(x)}{1 - \operatorname{sen}^2 x} dx$$

$$M = \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \operatorname{sen}(x)}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\pi/2} \sec^2 x - \operatorname{tg} x \cdot \sec x dx = (\operatorname{tg}(x) - \sec x) \Big|_0^{\pi/2}$$

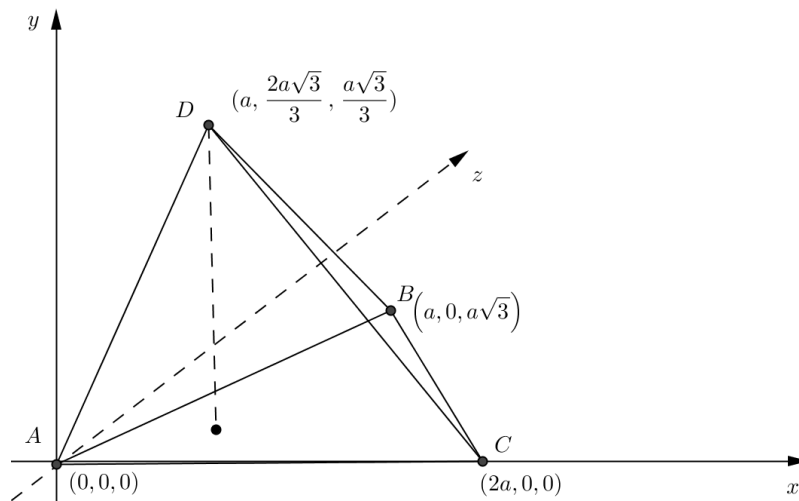
$$M = \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\operatorname{tg}(x) - \sec x) - (\operatorname{tg}(0) - \sec 0) = 1$$

(FALSA) Olhemos para um contraexemplo,  $x = i$ . Seu argumento é  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , ou seja,

$$|e^{i \cdot i}| = \frac{1}{e} \neq e^{|i| \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)} = e.$$

### 08. Solução: Letra C.

Primeiramente posicionamos um dos vértices na origem dos eixos coordenados e adotamos medida da aresta igual a  $2a$ . Definimos então os vértices do tetraedro no espaço e os vetores pedidos na questão.



$$X = A + m \left( \frac{\overrightarrow{AB}}{3} - \overrightarrow{AC} + \frac{\overrightarrow{AD}}{2} \right) = A + m \left( \frac{B-A}{3} - (C-A) + \frac{D-A}{2} \right) = A + m \left( \frac{A}{6} + \frac{B}{3} - C + \frac{D}{2} \right)$$

Como  $x$  pertence ao plano BCD, a coordenada  $y$  de  $X$  é igual a zero ( $y_x = 0$ ), ou seja,

$$y_x = \frac{2a\sqrt{6}}{3} + m \frac{a\sqrt{6}}{9} = 0 \Rightarrow 2 + \frac{m}{3} = 0 \Rightarrow -m = 6$$

Logo,

$$f'(x) = \frac{3x^3 - 12x^2 - x^3 + 1}{(x-4)^2} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{2x^3 - 12x^2 + 1}{(x-4)^2}$$

$$f'(6) = \frac{2 \cdot 6^3 - 12 \cdot 6^2 + 1}{(6-4)^2} = \frac{1}{4}$$

### 09. Solução: Letra A.

Pelo teorema de L'Hôpital

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{(x+3)^2} - \sqrt[3]{9}}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{(x+3)}} = \frac{2}{3 \sqrt[3]{3}} = \frac{2 \sqrt[3]{9}}{9}$$

Como estamos observando  $x$  na vizinhança de 0, tem que  $x^2 - 2 < 0$  e  $x - 2 < 0$ , logo:

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x^2 - 2| - |x - 2|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2 + 2 + x - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2 + x}{x} = 1$$

Temos que  $-1 \leq \operatorname{sen}\left(\frac{1}{(x-1)^3}\right) \leq 1$ , logo  $-(x-1)^9 \leq (x-1)^9 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{(x-1)^3}\right) \leq (x-1)^9$  então pelo teorema do confronto temos que:

$$\lim_{x \rightarrow 0} -(x-1)^9 \leq \lim_{x \rightarrow 0} (x-1)^9 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{(x-1)^3}\right) \leq \lim_{x \rightarrow 0} (x-1)^9 \Leftrightarrow 0 \leq \lim_{x \rightarrow 0} (x-1)^9 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{(x-1)^3}\right) \leq 0$$

Portanto,  $C = 0$  e  $A^{3B} - C = \left(\frac{2 \sqrt[3]{9}}{9}\right)^{3 \cdot 1} - 0 = \frac{8}{3^4}$

### 10. Solução: Letra E.

I) (FALSA) Olhemos para um contraexemplo,  $f(x) = x^3$  com  $x \in \mathbb{R}$ . A função é estritamente crescente, ou seja,  $f'(x) = 3x^2 > 0$ , porém em  $x = 0$  em  $f'(x) = 0$ .

II) (VERDADEIRA) Se  $f(x) = f(x+t)$  então  $f(x+t) = f(x+2t) = f(x)$ , intuitivamente temos que  $f(x) = f(x+kt)$ , logo  $t' = kt$ .

III) (FALSA) Olhemos para um contraexemplo, a função  $f(x) = |x|$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$  não é derivável em  $x = 0$ . Note que



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{|x| - |0|}{x - 0} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{|x| - |0|}{x - 0} = -1$$

IV) (FALSA) Se é extritamente crescente ou decrescente será injetora, mas não necessariamente sobrejetora.

V) (VERDADEIRA) Se  $h(x) = f^2(x) + g^2(x)$ , derivando temos  $h'(x) = 2.f(x).f'(x) + 2.g(x).g'(x)$ . Como  $f'(x) = g(x)$  e  $f''(x) = -f(x) \Rightarrow g'(x) = -f(x)$ , logo substituindo temos

$$h'(x) = 2.f(x).g(x) + 2.g(x).[-f(x)] = 0 \Rightarrow h(x) = c$$

$$\text{Como } h(0) = 5, \quad c = 5 \Rightarrow h(x) = 5 \Rightarrow h(10) = 5$$

### 11. Solução: Letra A.

Seja  $V_1$  o conjunto verdade de  $p(x) \rightarrow q(x)$ , temos que  $V_1 = C_A(C_A V_q \cap V_p) = V_q \cup C_A V_p$  e  $\sim r(x)$  é o conjunto  $C_A V_r$ . Logo, o conjunto verdade desejado é dado por

$$(p(x) \rightarrow q(x)) \vee \sim r(x) = V_1 \cup C_A V_r = V_q \cup C_A V_p \cup C_A V_r = C_A V_p (V_q \cup C_A V_r)$$

Nota: a notação  $C_A B$  é o conjunto complementar de B em A.

### 12. Solução: Letra B.

Consideremos a assíntota de  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$  como  $y = mx + b$ .

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{ou} \quad m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt[3]{\frac{x^3}{x^3} - \frac{x^2}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt[3]{1 - \frac{1}{x}}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt[3]{x^3 - x^2} - x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( x \left( \sqrt[3]{1 - \frac{1}{x}} - 1 \right) \right)$$

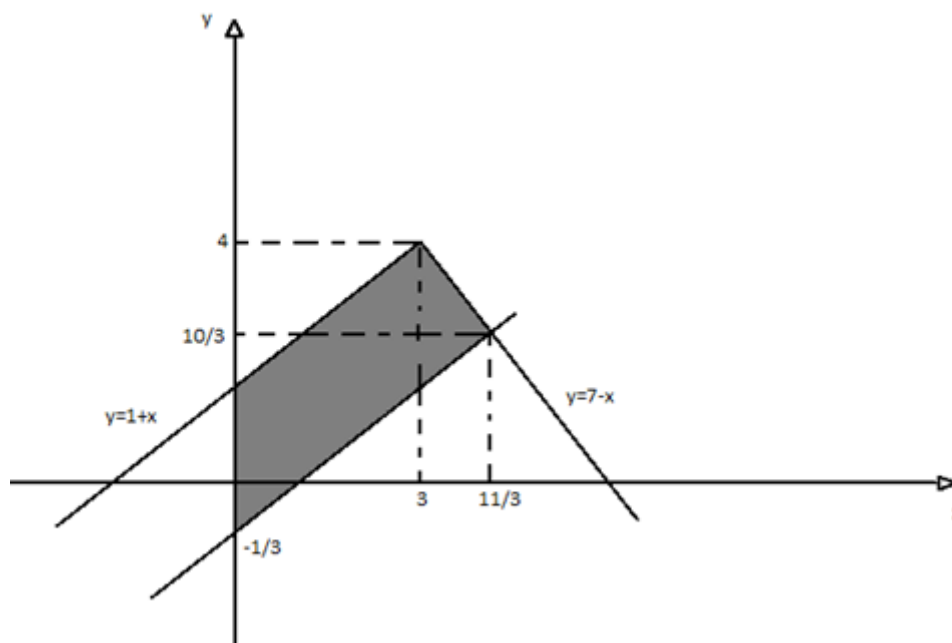
$$\sqrt[3]{1 - \frac{1}{x}} \approx 1 - \frac{1}{3x}$$

Utilizando a aproximação de Bernoulli

Logo,

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} x \cdot \left( \left( 1 - \frac{1}{3x} \right) - 1 \right) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left( -\frac{1}{3} \right) = -\frac{1}{3}$$

Portanto a equação da assíntota é  $y = x - \frac{1}{3}$ . Representando no plano cartesiano os gráficos, temos:



Precisamos calcular a área do trapézio hachurado, em que a base menor é a distância entre os pontos  $(3, 4)$  e  $(0, 1)$ , portanto  $(b = \text{base menor}) b = 3\sqrt{2}$ . A base maior é a distância entre os pontos  $(0, -1/3)$  e  $(11/3, 10/3)$ , portanto  $(B = \text{base maior}) B = 11\sqrt{2}/3$ . A altura do trapézio é igual a distância entre as retas  $y = x + 1$  e  $y = -1/3 + x$ , portanto  $h = 4\sqrt{2}/6$ .

Aplicando a fórmula da área do trapézio:

$$S = \frac{(B+b) \cdot h}{2}, \text{ temos } S = \frac{\left( \frac{11\sqrt{2}}{3} + 3\sqrt{2} \right) \cdot \frac{4\sqrt{2}}{6}}{2} = \frac{40}{9}.$$

### 13. Solução: Letra A.

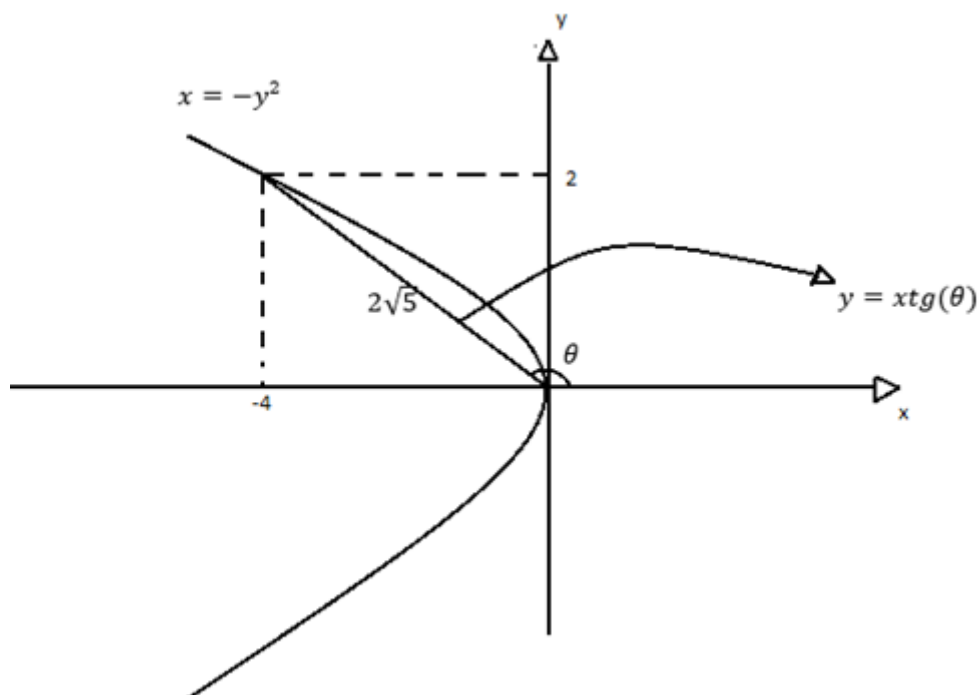
X é o conjunto que contem os p elementos de B e pode ou não conter os outros  $n - p$  elementos que estão em A, mas não estão em B. Para a montagem, do conjunto X podemos decidir de duas maneiras para cada um destes  $n - p$  elementos (pertencer ou não pertencer), logo:

$$X = \left\{ x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, \frac{\_}{2 \times 2 \times 2}, \dots, \frac{\_}{2} \right\}$$

Teremos, portanto,  $2^{n-p}$  possibilidades para montagem de X.

**14. Solução: Letra B.**

Representamos primeiro o gráfico da parábola e a reta da partícula à origem que determina o ângulo  $\theta$ . Logo,



$$x = -\operatorname{tg}^2(\theta) \cdot x^2 \Rightarrow 1 = -\operatorname{tg}^2(\theta) \cdot x \Rightarrow 1 + \operatorname{tg}^2(\theta) \cdot x = 0$$

Derivando a equação em função do tempo,

$$2\operatorname{tg}(\theta) \cdot \sec^2(\theta) \frac{d\theta}{dt} \cdot x + \operatorname{tg}^2(\theta) \frac{dx}{dt} = 0$$

Como  $\frac{dx}{dt} = -8$ , temos

$$2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 \frac{d\theta}{dt} \cdot (-4) + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (-8) = 0$$

$$5 \cdot \frac{d\theta}{dt} = 2 \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{2}{5}$$

**15. Solução: Letra D.**

Reescrevemos os vértices do triângulo equilátero,

$$i = (0,1), z = (a,b) \text{ e } iz = (-b,a) \Rightarrow A(0,1), B(a,b) \text{ e } C(-b,a)$$

Logo,

$$|\overline{AB}| = |\overline{AC}| = |\overline{BC}| \Rightarrow |\overline{AB}|^2 = |\overline{AC}|^2 = |\overline{BC}|^2 \Rightarrow a^2 + (b-1)^2 = b^2 + (a-1)^2 = (a+b)^2 + (b-a)^2$$

$$(i) -2b+1 = -2a+1 \Rightarrow a = b$$

$$(ii) b^2 + a^2 - 2a + 1 = a^2 + 2ab + b^2 + b^2 - 2ab + a^2 \Rightarrow 2a^2 + 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

, ou seja,

$$z_1 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}i = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \operatorname{cis}\left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$z_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} + \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}i = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

### 16. Solução: Letra C.

Consideremos a população igual P, temos:

Exame com doença (sadia):  $1\% \cdot (98,5\% \cdot P)$

Exame com doença (doente):  $90\% \cdot (1,5\% \cdot P)$

A probabilidade de ter a doença tendo dado exame positivo é

$$= \frac{90\% \cdot (1,5\% \cdot P)}{1\% \cdot (98,5\% \cdot P) + 90\% \cdot (1,5\% \cdot P)} = \frac{90 \cdot 1,5}{98,5 + 90 \cdot 1,5} = \frac{270}{467}$$

### 17. Solução: Letra B.

Primeiro vamos determinar o período da função g,

$$g(x) = \frac{1 + \operatorname{tg}(x)}{1 - \operatorname{tg}(x)} = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow p = \pi$$

Resolveremos agora a integral por substituição, pois

$$\operatorname{sen}(x) = \frac{2\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} \text{ e } \operatorname{cos}(x) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}, \text{ chamando } \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = u \text{ temos que } x = 2\operatorname{arctg}(u).$$

Derivando temos  $dx = \frac{2}{1+u^2} du$ , substituindo na integral temos

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b \frac{1}{1 - \cos(x) + \sin(x)} dx = \int_a^b \frac{1}{1 - \frac{1-u^2}{2} + \frac{2u}{1+u^2}} \cdot \frac{2}{1+u^2} du = \int_a^b \frac{1}{u} du - \int_a^b \frac{1}{u+1} du = \ln u - \ln(u+1) = \ln\left(\frac{u}{u+1}\right) = \ln\left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)+1}\right) \Bigg|_a^b$$

Como  $a = \frac{\pi}{4}$  e  $b = \frac{\pi}{2}$  temos

$$\ln\left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)+1}\right) \Bigg|_a^b = \ln\left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right)+1}\right) - \ln\left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8}\right)+1}\right) = \ln\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$$

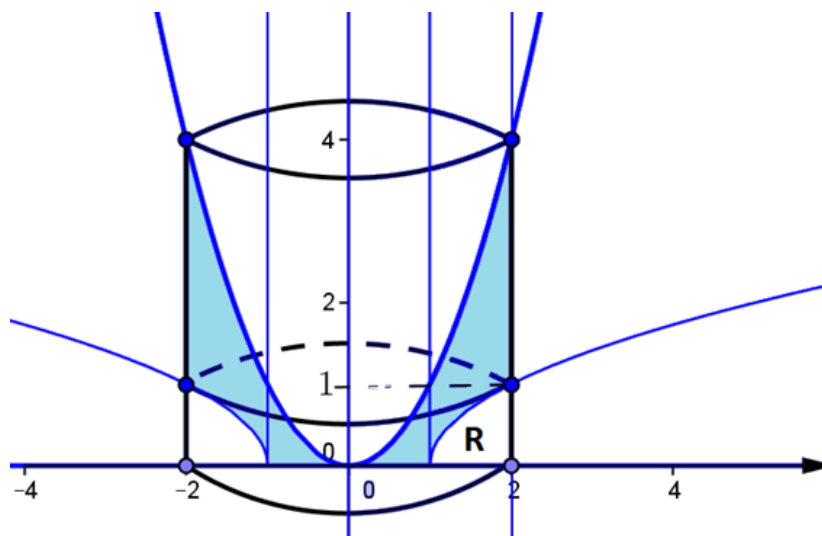
### 18. Solução: Letra E.

Basta observarmos os 3 pontos que indicam máximo ou mínimo local, pois nestes pontos temos que  $f'(x_1) = f'(x_2) = f'(x_3) = 0$ , ou seja,  $x_1, x_2$  e  $x_3$  são raízes da derivada. No gráfico observamos que  $x_1$  e  $x_2$  são duas raízes entre "a e 0" e  $x_3$  é uma raiz entre "0 e b".

A única opção que pode representar um esboço do gráfico é a letra E.

### 19. Solução: Letra B.

Abaixo visualizamos a representação gráfica das inequações e o sólido gerado (região em azul) pela rotação do conjunto dos pontos comuns.



Volume do cilindro de raio 2 e altura 4:

$$V_C = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi$$

Volume gerado pela rotação da parábola:

$$V_P = \int_0^4 \pi \cdot (\sqrt{y})^2 dy = \pi \int_0^4 y dy = \frac{\pi \cdot y^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi$$

Volume da região R ( $V_R$ ) = Volume do cilindro de altura 1 menos o volume ( $V_G$ ) gerado pela rotação do gráfico  $y = \sqrt{x-1}$ .

i) Volume do cilindro de raio 2 e altura 1:

$$V_{C_2} = \pi \cdot 2^2 \cdot 1 = 4\pi$$

ii) Volume ( $V_G$ ) gerado pela rotação do gráfico  $y = \sqrt{x-1}$ :

$$V_G = \int_0^1 \pi \cdot (y^2 + 1)^2 dy = \pi \int_0^1 (y^4 + 2y^2 + 1) dy = \pi \left[ \frac{y^5}{5} + \frac{2y^3}{3} + y \right]_0^1 = \frac{28}{15} \pi$$

Volume da região R ( $V_R$ ):

$$V_R = V_{C_2} - V_G = 4\pi - \frac{28}{15} \pi = \frac{32}{15} \pi$$

O volume do sólido ( $V_{\text{Sólido}}$ ) será obtido pelo volume do cilindro  $V_{C_1}$  menos o volume gerado pela rotação da parábola ( $V_P$ ) menos o volume da região R ( $V_R$ ), ou seja

$$V_{\text{Sólido}} = V_{C_1} - V_P - V_R = 16\pi - 8\pi - \frac{32}{15} \pi = \frac{88}{15} \pi$$

## 20. Solução: Letra E.

Se devemos ter pelo menos 3 incógnitas nulas temos,

1º caso: 3 incógnitas nulas

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = 20, \text{ assim } x_4 + x_5 + x_6 = 20$$

$$\left. \begin{array}{l} x_4 = a + 1 \\ x_5 = b + 1 \\ x_6 = c + 1 \end{array} \right\} a + b + c = 17 \Rightarrow P_{19}^{17,2} = \frac{19!}{17!2!} = 171$$

$$C_6^3 \times P_{19}^{17,2} = 20 \times 171 = 3420$$

2º caso: 4 incógnitas nulas

$$C_6^4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = 15, \text{ assim } x_5 + x_6 = 20$$

$$\left. \begin{array}{l} x_4 = a+1 \\ x_5 = b+1 \end{array} \right\} a+b=18 \Rightarrow P_{19}^{18} = \frac{19!}{18!} = 19$$

$$C_6^4 \times P_{19}^{18} = 15 \times 19 = 285$$

3º caso: 5 incógnitas nulas

$$C_6^5 = \frac{6!}{5!(6-5)!} = 6, \text{ assim } x_6 = 20$$

$$x_4 = a+1 \} a = 19 \Rightarrow P_{19}^{19} = \frac{19!}{19!} = 1$$

$$C_6^5 \times P_{19}^{19} = 6 \times 1 = 6$$

O total de casos será dado por  $3420 + 285 + 6 = 3711$ .

Comentário da prova:

A prova de matemática do concurso da escola naval 17/18 comparada com anos anteriores apresentou um nível de dificuldade muito superior deixando os candidatos surpresos. A banca continuou investindo no assunto de cálculo contendo 8 questões, mas soube distribuir bem os assuntos.

A banca falhou em alguns enunciados e, a nosso ver, deverá anular as questões 2, 7, 11, 17, 18 e 19 da prova amarela.

### PROVA DE FÍSICA – PROVA AMARELA

Professores:

Maurício

Tiago Luiz

Portes

#### 21. Solução: Letra E.

Inicialmente em t:

$$P_1 \cdot V_1 = \text{N.R.T}$$

Em t': Onde  $T' = 2T$

$$P' \cdot V' = \text{N.R.} \cdot 2T$$

$$P_2 \cdot V_2 = 2 \boxed{\text{N.R.T}}$$

Como NRT é o  $P_1 \cdot V_1$ , podemos:

$$P_2 \cdot V_2 = = 2 P_1 \cdot V_1$$

Logo:

$$P_2 = \frac{2 \cdot P_1 \cdot V_1}{V_2}$$

Como o Volume, em questão é de um cilindro, vamos ter que  $V = A \cdot h$ , como a área é a mesma na situação  $t$  e  $t'$ , pode-se afirmar que  $V_1 = A \cdot h_1$  e  $V_2 = A \cdot h_2$ . Fazendo as devidas substituições.

$$P_2 = \frac{2 \cdot P_1 \cdot V_1}{V_2} = \frac{2 \cdot P_1 \cdot A \cdot h_1}{A \cdot h_2} = \frac{2 \cdot P_1 \cdot h_1}{h_2}$$

A pressão exercida na situação  $t$ , isto é  $P_1$  é a própria pressão atmosférica, já na situação  $t'$ , isto é,  $P_2$  é a soma da pressão atmosférica com a pressão do corpo, que por sua vez é dado por força sobre área, onde essa força é o peso. Desse modo:

$$\begin{cases} P_1 = P_{atm} = 10^5 \\ P_2 = P_{atm} + P_{corpo} = 10^5 + \frac{F}{A} = 10^5 + \frac{m \cdot g}{A} \end{cases}$$

Substituindo na equação anterior

$$P_2 = \frac{2 \cdot P_1 \cdot h_1}{h_2}$$

$$10^5 + \frac{m \cdot g}{A} = \frac{2 \cdot P_1 \cdot h_1}{h_2}$$

Sabendo que:

$$A = 3 \text{ cm}^2 = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$h_1 = 12 \text{ cm} = 12 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$h_2 = 10 \text{ cm} = 10 \times 10^{-2} \text{ m}$$

Substituindo na equação anterior, temos:

$$10^5 + \frac{m \cdot 10}{3 \cdot 10^{-4}} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{10 \cdot 10^{-2}}$$

Resolvendo, obteremos a massa igual a 4,2 kg.

## 22. Solução: Letra D.

**Fragata Independência:**

**Na direção Y (  $\hat{j}$  ):** Temos a velocidade da fragata que vale  $15\sqrt{2}$  m/s, a na direção norte (+), em seguida, temos uma correnteza de sentido oposto ( - ) de velocidade 2 m/s. Desse modo, a velocidade de 1, será dada por:

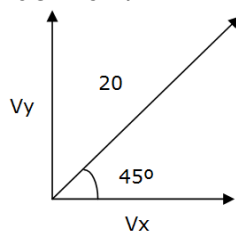
$$\vec{V}_1 = 15\sqrt{2} \cdot \hat{j} - 2\hat{j}$$

$$\vec{V}_1 = (15\sqrt{2} - 2)\hat{j}$$

**Fragata Rademaker:**



Como ela tem velocidade 20 nós, na direção nordeste, o interessante seria fazer uma decomposição dessa velocidade nas componentes x e y, como o nordeste está no meio, entre o Norte e Leste, que formam ângulo de  $90^\circ$ , logo o ângulo que o nordeste forma é de  $45^\circ$ .



Sabendo que:

$$\begin{cases} V_x = 20 \cdot \cos\theta = 20 \cdot \cos 45 = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \frac{m}{s} \\ V_y = 20 \cdot \sin\theta = 20 \cdot \sin 45 = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \frac{m}{s} \end{cases}$$

Desse modo, a velocidade do navio é de  $10\sqrt{2}$  na direção X (ou i) e  $10\sqrt{2}$  na direção Y (ou j). No entanto, nele também se aplica a correnteza de 2 m/s, na direção j, que possui sinal negativo, pois tem sentido oposto. Portanto, temos:

$$\vec{V}_2 = 10\sqrt{2}\hat{i} + (10\sqrt{2} - 2)\hat{j}$$

Calculando a velocidade relativa da independece com a Rademaker, temos:

$$\begin{aligned} \vec{V}_{12} &= \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = (15\sqrt{2} - 2)\hat{j} - (10\sqrt{2}\hat{i} + (10\sqrt{2} - 2)\hat{j}) \\ \vec{V}_{12} &= -10\sqrt{2}\hat{i} + 5\sqrt{2}\hat{j} \end{aligned}$$

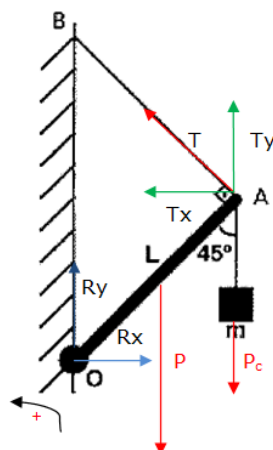
Determinando o módulo:

$$\begin{aligned} |\vec{V}_{12}| &= \sqrt{(10\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2} \\ |\vec{V}_{12}| &= \sqrt{250} = 15,8 \text{ nós} \end{aligned}$$

### 23. Solução: Letra C.

Identificando as forças da questão:

- Peso (atua no meio, por que a barra é homogênea);
- Reações (X e Y);
- Trações (x e Y).



Dados:

$$L = 5,0 \text{ m}$$

$$M = 2 \text{ kg}$$

$$T = 15\sqrt{2} \text{ N}$$

$$R_y = ?$$

$$\mu = ?$$

Calculando todos os momentos e igualando a zero, temos:

$$T \cdot L - P_C \cdot L \cdot \text{sen}45 - P \cdot \frac{L}{2} \cdot \text{sen}45 = 0$$

$$T \cdot L - P_C \cdot L \cdot \text{sen}45 - P \cdot \frac{L}{2} \cdot \text{sen}45 = 0 \div L$$

$$T - P_C \cdot \text{sen}45 - P \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{sen}45 = 0$$

$$15\sqrt{2} - 20 \frac{\sqrt{2}}{2} - M_B 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$M_B = 2 \text{ kg}$$

Logo:

$$\mu_B = \frac{M_B}{L} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ kg/m}$$

A soma das forças verticais é zero

$$R_y + T_y - P - P_C = 0$$

$$R_y = P + P_C - T_y$$

$$R_y = 20 + 20 - 15\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R_y = 25 \text{ N}$$

## 24. Solução: Letra D.

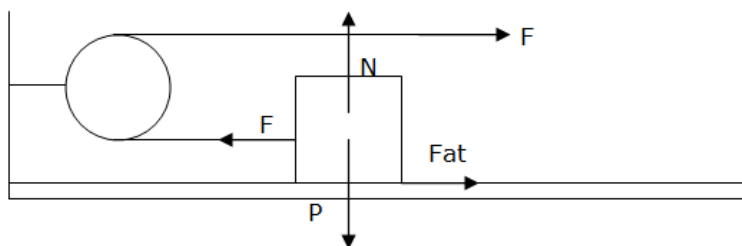
Dados:

$$M_A = 12 \text{ kg}$$

$$M_B = 3 \text{ kg}$$

$$\mu_E = 0,3$$

$$\mu_C = 0,2$$



Sem deslizamento

$$Fat_{MAX} = \mu_E \cdot m \cdot g$$

$$Fat_{MAX} - F = m_A \cdot a$$

A força resultante sobre o sistema é:

$$F = (m_A + m_B) \cdot a$$

$$a = \frac{F}{(m_A + m_B)}$$

Substituindo na equação anterior, teremos:

$$\mu_E \cdot m \cdot g - F = m_A \cdot \frac{F}{(m_A + m_B)}$$

Substituindo valores, temos que:

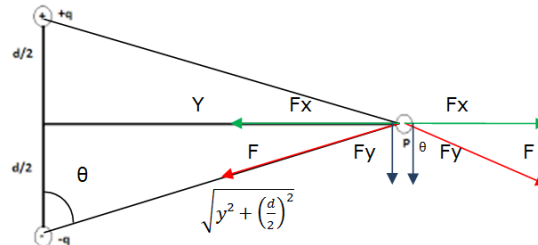
$$0,3 \cdot 12 \cdot 10 - F = \frac{12 \cdot F}{12 + 3}$$

Desse modo

$$F = 20 \text{ N}$$

## 25. Solução: Letra B.

Como as forças elétricas de interação entre as cargas são iguais, iremos chamar de  $F$ . Por simetria, suas componentes horizontal e vertical também serão:



As componentes X se anularam, portanto a resultante será  $2 F_y = 2 \cdot F \cos \theta$

$$F = 2 \cdot \frac{k \cdot q \cdot Q}{r^2} \cdot \cos \theta$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{y^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \\ \cos \theta = \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{y^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}} \end{cases}$$

$$F = 2 \cdot \frac{k \cdot q \cdot Q}{\left(\sqrt{y^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}\right)^2} \cdot \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{y^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}}$$

$$F = 2 \cdot \frac{10}{y^2 + 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{y^2 + 1}}$$

$$F = \frac{20}{\sqrt{(y^2 + 1)^3}}$$

### 26. Solução: Letra E.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{a}_{CM}$$

$$8\hat{i} + 6\hat{j} = (2 + 2) \cdot \vec{a}_{CM}$$

$$8\hat{i} + 6\hat{j} = 4 \cdot \vec{a}_{CM}$$

$$\vec{a}_{CM} = 2\hat{i} + 1,5\hat{j}$$

Como

$$\Delta \vec{S} = \vec{V}_0 \cdot t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

$$\Delta \vec{S} = \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

$$\Delta \vec{S} = \frac{(2\hat{i} + 1,5\hat{j}) \cdot 16}{2}$$

$$\Delta \vec{S} = 16\hat{i} + 12\hat{j}$$

### 27. Solução: Letra E.

Podemos escrever a força eletromotriz induzida na barra que desliza através da expressão:

$$\mathcal{E} = B \cdot L \cdot V \cdot \cos\alpha = 6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 12 \text{ V}$$

Aplicando a 1ª Lei de Ohm na barra, poderemos calcular a corrente elétrica que se estabelece:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{12}{1} = 12 \text{ A}$$

Sendo constante a velocidade da barra, podemos garantir que a força resultante sobre ela é nula. Desta forma:

$$F = F_m = i \cdot l \cdot B \cdot \sin\theta = 12 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1 = 72 \text{ N}$$

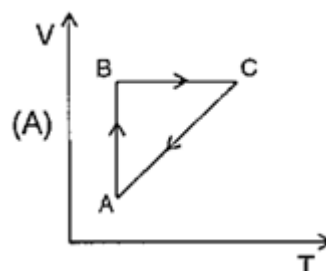
### 28. Solução: Letra A.

AB: Expansão isotérmica

BC: Aquecimento isovolumétrico

CD: compressão/ Resfriamento isobárico.

Reescrevendo isso, num gráfico V x T, temos:



**29. Solução: Letra D.**

Dados:

$$V = 220 \text{ V}$$

$$P = 7600 \text{ W}$$

$$V' = 110 \text{ V}$$

$$P' = ?$$

A potência elétrica pode ser escrita como:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

Então:

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{220^2}{7600}$$

Reduzindo a tensão para 110 V, podemos aplicar novamente a equação para o cálculo da nova potência:

$$P' = \frac{V'^2}{R} = \frac{110^2}{\frac{220^2}{7600}} = 1900 \text{ W}$$

**30. Solução: Letra A.**

Aplicando a equação fundamental da ondulatória, podemos determinar o comprimento de onda do som.

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow 330 = \lambda \cdot 825 \rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$$

Podemos então observar que  $\lambda = 2 \cdot d$ 

Desta forma, as fontes F1 e F3 chegarão ao ponto P em fase, assim como F2 e F4, visto que a diferença de caminhos percorridos pelas mesmas será um múltiplo inteiro do comprimento de onda. No entanto, as ondas resultantes dessas interferências chegarão ao ponto P em oposição de fase. Portanto, teremos para qualquer ponto P sobre o eixo X uma amplitude resultante nula.

**31. Solução: Letra B.**

A força de atração gravitacional atua como resultante centrípeta. Logo:

$$F_g = F_{cp}$$

$$\frac{G \cdot M \cdot M}{D^2} = M \cdot \omega^2 \cdot R$$

O raio da trajetória é igual a  $R = D/2$ . Então:

$$\frac{G \cdot M}{D^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{D}{2}$$

$$G \cdot M \cdot T^2 = 2 \cdot \pi^2 \cdot D^3$$

O vetor velocidade de cada corpo é sempre tangente à trajetória, sendo, portanto, variável. No entanto, a velocidade angular é constante e a energia conservada.

### 32. Solução: Letra C (Passível de Anulação).

$$\eta_0 = 0,6 \text{ (Diurno)}$$

Diurno:

$$\eta_0 = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$0,6 = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\frac{T_F}{T_Q} = 0,4$$

Noturno:

$$\eta_1 = 1 - \frac{T'_F}{T'_Q}$$

$$\eta_1 = 1 - \frac{\frac{3}{4}T_F}{\frac{1}{2}T_Q}$$

$$\eta_1 = 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta_1 = 1 - \frac{3}{2} \cdot 0,4 \rightarrow \eta_1 = 0,4$$

Variação percentual

$$\frac{\eta_1 - \eta_0}{\eta_0} \cdot 100\%$$

$$\frac{0,4 - 0,6}{0,6} \cdot 100\%$$

$$= -33,3\%$$

No enunciado não consta o sinal de menos na definição da variação percentual.

### 33. Solução: Letra B.

$$\begin{cases} \rho_{AR} = 1 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_1 = 10 \text{ kg/m}^3 \xrightarrow{\text{Associado a}} V_1 \\ \rho_2 = 2,5 \text{ kg/m}^3 \xrightarrow{\text{Associado a}} V_2 \end{cases}$$

Igualando as forças resultantes, temos

$$F_1 = F_2$$

$$P_1 - E_1 = P_2 - E_2$$

$$\rho_1 \cdot g \cdot V_1 - \rho_{Ar} \cdot g \cdot V_1 = \rho_2 \cdot g \cdot V_2 - \rho_{Ar} \cdot g \cdot V_2$$

$$10V_1 - V_1 = 2,5 \cdot V_2 - V_2 \quad \div V_1$$

$$10 - 1 = (2,5 \cdot -1) \frac{V_2}{V_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 6$$

### 34. Solução: Letra C (Passível de Anulação) .

$$LF = 6 \text{ cal/g}$$

$$Pot = 360 \text{ W}$$

C = ? ( o autor não disse em qual estado físico é )

Se for da líquida, segue a resolução:

#### Fusão

$$Q = Pot \cdot \Delta t = 360 \times 20 = 7200 \text{ cal}$$

$$Q = m \cdot L \rightarrow 7200 = m \cdot 6 \rightarrow m = 1200 \text{ g}$$

#### Líquido

$$Q = Pot \cdot \Delta t = 360 \times (67,5 - 60) = 360 \times 7,5 = 2700 \text{ cal}$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta \theta \rightarrow 2700 = 1200 \cdot c \cdot (400 - 325)$$

$$C = 0,03 \text{ cal/g } ^\circ\text{C} = 3 \text{ mcal/g}^\circ\text{C}$$

### 35. Solução: ANULADA.

Podemos determinar o tempo gasto em cada percurso dado:

$$\Delta S_1 = \frac{\Delta S_T}{3} \rightarrow \Delta t_1 = \frac{\frac{\Delta S_T}{3}}{50} = \frac{\Delta S_T}{150}$$

$$\Delta S_2 = \frac{\Delta S_T}{2} \rightarrow \Delta t_2 = \frac{\frac{\Delta S_T}{2}}{75} = \frac{\Delta S_T}{150}$$

$$\Delta S_3 = \frac{\Delta S_T}{6} \rightarrow \Delta t_3 = \frac{\frac{\Delta S_T}{6}}{25} = \frac{\Delta S_T}{300}$$

Desta forma, o tempo total sera:

$$\Delta t_T = \frac{\Delta S_T}{50}$$

Notem então que, se não considerarmos nenhuma parada, a velocidade média será de 50 km/h. O enunciado garante que a mesma foi de 60 km/h. Existe uma

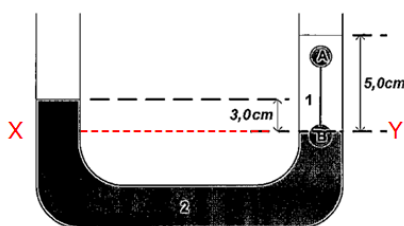
inconsistência teórica, pois se houver qualquer parada, a velocidade deverá ser menor que 50.

### 36. Solução: Letra B.

A onda refletada mantém a fase da onda incidente. Uma vez que a onda vai de uma corda mais densa para outra menos densa, não haverá inversão de fase na onda refletada.

### 37. Solução: ANULADA.

Aplicando princípio de steven.



$$P_x = P_y$$

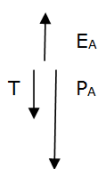
$$P_0 + d_1 \cdot g \cdot h_1 = P_0 + d_2 \cdot g \cdot h_2$$

$$5d_1 = 3d_2$$

Sendo  $d_1 = d$ , teremos:

$$d_2 = \frac{5}{3}d$$

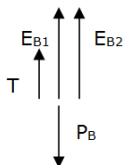
Em A:



$$E_A = T + P_A$$

$$T = E_A - P_A$$

Em B:



$$E_{B1} + T + E_{B2} = P_B$$

$$T = P_B - E_{B1} - E_{B2}$$

Igualando as trações

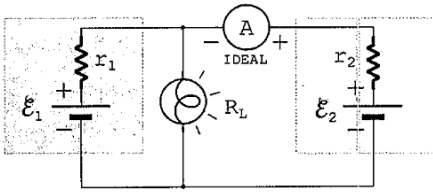
$$P_B - E_{B1} - E_{B2} = E_A - P_A$$

$$d_B \cdot g \cdot V - d \cdot g \cdot \frac{V}{4} - \frac{5}{3} d \cdot g \cdot \frac{3}{4} V = d \cdot g \cdot V - \frac{2d}{3} gV$$

$$d_B = \frac{11d}{6}$$

Não há alternativa correta.



**38. Solução: Letra D.**

Como não há passagem de corrente na malha a direita, a fem  $\mathcal{E}_2$  será igual a d.d.p. na lâmpada, de resistência  $R_L$ .

Teremos uma resistência equivalente igual a:

$$R_{eq} = r_1 + R_L = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \rightarrow R_{eq} = 1 \Omega$$

Portanto:

$$\mathcal{E}_1 = R_{eq} \cdot i \rightarrow 1,5 = 1 \cdot i \rightarrow i = 1,5 A$$

Logo a d.d.p. na lâmpada sera:

$$U = \mathcal{E}_2 = R_L \cdot i \rightarrow \mathcal{E}_2 = \frac{2}{3} \cdot 1,5 \rightarrow \mathcal{E}_2 = 1,0 V$$

**39. Solução: Letra A.**

$$\vec{F}_R = \vec{F}_l + \vec{F}_M$$

$$\vec{F}_R = q\vec{E} + q \cdot V \cdot B$$

Se  $q = 0$ , Logo  $F = 0$

**40. Solução: Letra D.**

$$T = 4s$$

$$A = 2 \text{ cm}$$

$$x = A \cdot \text{Sen}(w \cdot t)$$

$$x = 2 \cdot \text{Sen}\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

$$x = 2 \cdot \text{Sen}\left(\frac{2\pi}{4} \cdot t\right)$$

$$x = 2 \cdot \text{Sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

$$\frac{x}{2} = \text{Sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

Derivando  $x$ ,

$$v = 2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

$$v = \pi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

$$\frac{v}{\pi} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

Desse modo,

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \text{Sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right) \\ \frac{v}{\pi} = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} = \text{Sen}^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right) \\ \frac{v^2}{\pi^2} = \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right) \end{cases}$$

Somando,

$$\frac{x^2}{4} + \frac{v^2}{\pi^2} = \text{Sen}^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{v^2}{\pi^2} = 1$$

$$v^2 = \pi^2 \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)$$

---

Comentário da prova:

A prova do concurso da escola naval 17/18 apresentou os seguintes assuntos por incidência, em número de questões:

Calor: 4

Eletricidade: 5

Ondas: 3

Mecânica: 8

A prova de física deste ano comparada com a dos anos anteriores apresentou um nível de dificuldade mais baixo.

A banca falhou em alguns enunciados e deverá anular as questões 35 e 37 da prova amarela.